

# MOVIMENTS

4t ESO

Rodrigo Alcaraz de la Osa. Traducció: Òscar Colomar (@ocolomar)



## MRU

### Característiques

Les **característiques** del **moviment rectilini uniforme**(MRU) són:

- Trajectòria rectilínia.
- Velocitat  $v$  constant (acceleració  $a = 0$ ).

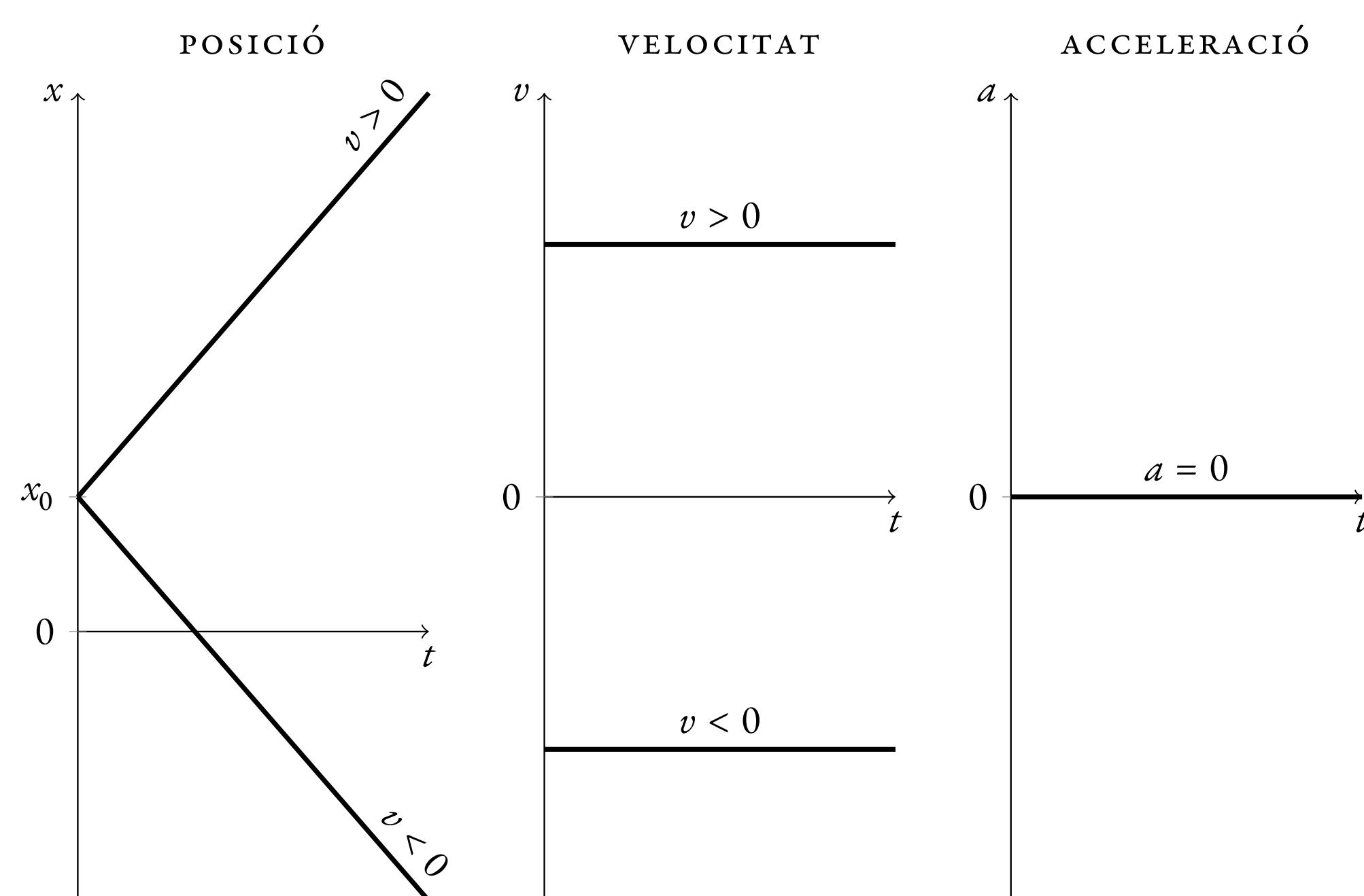
### Equació principal

L'**equació principal** (també anomenada **equació de moviment** o **equació de posició**) del MRU és:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

on  $x$  és la posició final,  $x_0$  la posició inicial,  $v$  la velocitat,  $t$  el temps final i  $t_0$  el temps inicial.

### Gràfiques



## MRUA

### Característiques

Les **característiques** del **moviment rectilini uniformement accelerat** (MRUA) són:

- Trajectòria rectilínia.
- Acceleració  $a$  constant (velocitat  $v$  variable).

### Equacions principals

Les **equacions principals** del MRUA són:

$$\text{Posició: } x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (1)$$

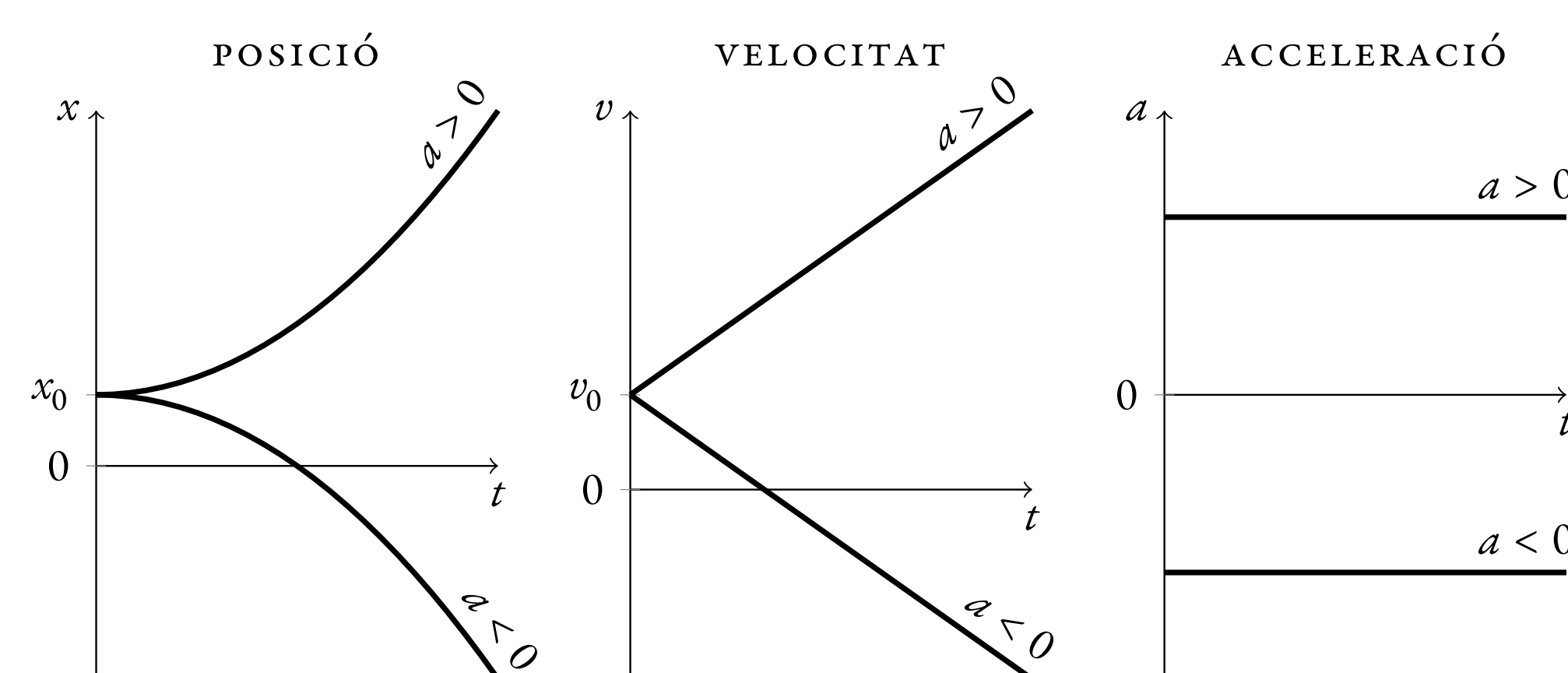
$$\text{Velocitat: } v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (3)$$

on  $x$  és la posició final,  $x_0$  la posició inicial,  $v_0$  la velocitat inicial,  $v$  la velocitat final,  $a$  l'acceleració,  $t$  el temps final,  $t_0$  el temps inicial i  $\Delta x = x - x_0$  és la distància o espai recorregut.

## MRUA (cont.)

### Gràfics



## Caiguda lliure/llançament vertical

La **caiguda lliure** o **llançament vertical** és un cas especial de MRUA en el qual l'acceleració és igual a l'acceleració de la **gravetat**. En el cas de la Terra,  $a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$  (el signe  $-$  indica que l'acceleració de la gravetat apunta, sempre, cap avall).

## Encreuaments

Es tracta de situacions en les quals dos cossos comencen en posicions diferents i acaben trobant-se al cap d'un cert temps.

Seguim aquests **tres passos**:

1. **Escriure** les equacions de la posició de cada cos.
2. **Imposar** la condició de **trobada**, és a dir, que totes dues posicions coincideixen quan es troben.
3. **Aïllar** la magnitud que em demanin.

## Exemple

Un cotxe 🚗 es desplaça per una carretera que és paral·lela a la via d'un tren. El cotxe es deté davant d'un semàfor que està amb la llum vermella en el mateix instant que passa un tren 🚂 amb una rapidesa constant de  $12 \text{ m/s}$ . El cotxe roman aturat durant  $6 \text{ s}$  i després arrenca amb una acceleració constant de  $2 \text{ m/s}^2$ . Determina:

- a) El temps que triga el cotxe a agafar al tren, mesurat des de l'instant en què es va aturar davant el semàfor.
- b) La distància que recorre el cotxe des del semàfor fins que atrapa al tren.
- c) La rapidesa del cotxe en l'instant que agafa al tren.

### Solució

a) El primer que fem és **escriure les equacions del moviment de cada mòbil**:

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = x_{0c} + v_{0c}(t - t_{0c}) + \frac{1}{2}a_c(t - t_{0c})^2$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = x_{0t} + v_t(t - t_{0t})$$

## Exemple (cont.)

a) **Particularitzem** per al nostre cas:

$$x_{0c} = x_{0t} = 0$$

$$v_{0c} = 0; \quad v_t = 12 \text{ m/s}$$

$$a_c = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t_{0c} = 6 \text{ s}; \quad t_{0t} = 0$$

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = 0 + 0 \cdot (t - 6) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - 6)^2$$

$$= (t - 6)^2 = t^2 - 12t + 36$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = 0 + 12 \cdot (t - 0) = 12t$$

A continuació **imposem la condició de trobada**:

$$x_c = x_t$$

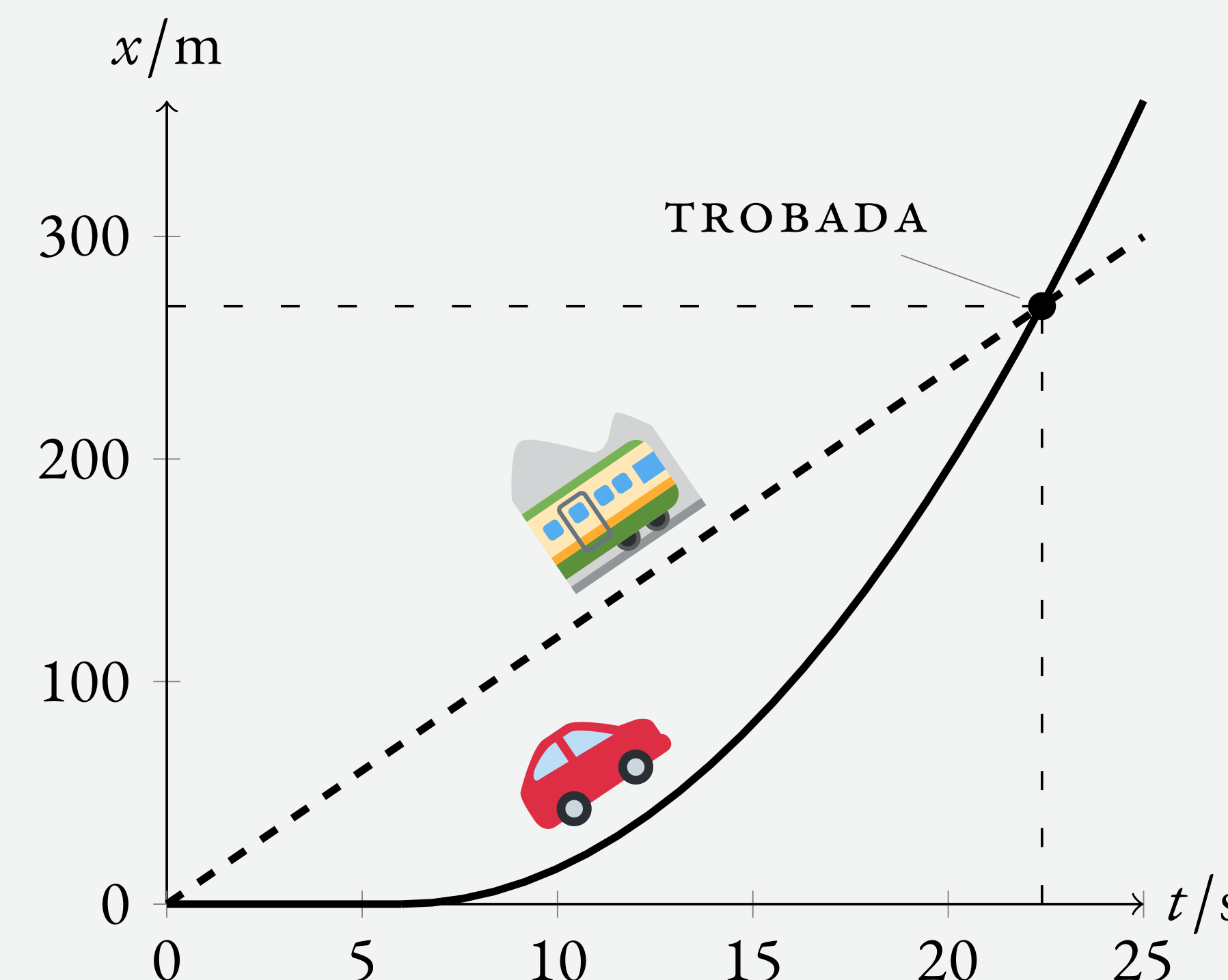
$$t^2 - 12t + 36 = 12t$$

$$t^2 - 24t + 36 = 0$$

Aïllem el **temps de trobada**  $t^*$ :

$$t^* = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{432}}{2} = \begin{cases} 22.4 \text{ s} \\ 1.6 \text{ s} \end{cases}$$

on descartem la solució  $t = 1.6 \text{ s}$  per ser menor que els  $6 \text{ s}$  que està aturat el cotxe en el semàfor. Podem comprovar això representant la gràfica de posició enfront del temps ( $x - t$ ) per cada mòbil:



on es veu clarament com el cotxe està aturat els primers  $6 \text{ s}$  per a després arrencar accelerant (paràbola) i agafant al tren als  $22.4 \text{ s}$ .

b) Per calcular la **distància recorreguda** pel cotxe només hem de substituir el temps de trobada,  $t^* = 22.4 \text{ s}$ , en la seva equació de posició, ja que comença en  $x_0 = 0$ :

$$x_c(t^*) = t^{*2} - 12t^* + 36 = 22.4^2 - 12 \cdot 22.4 + 36 = 268.7 \text{ m}$$

c) La **rapidesa** del cotxe quan arriba al tren la podem calcular utilitzant l'**equació de la velocitat** del cotxe, substituint  $t = t^*$ :

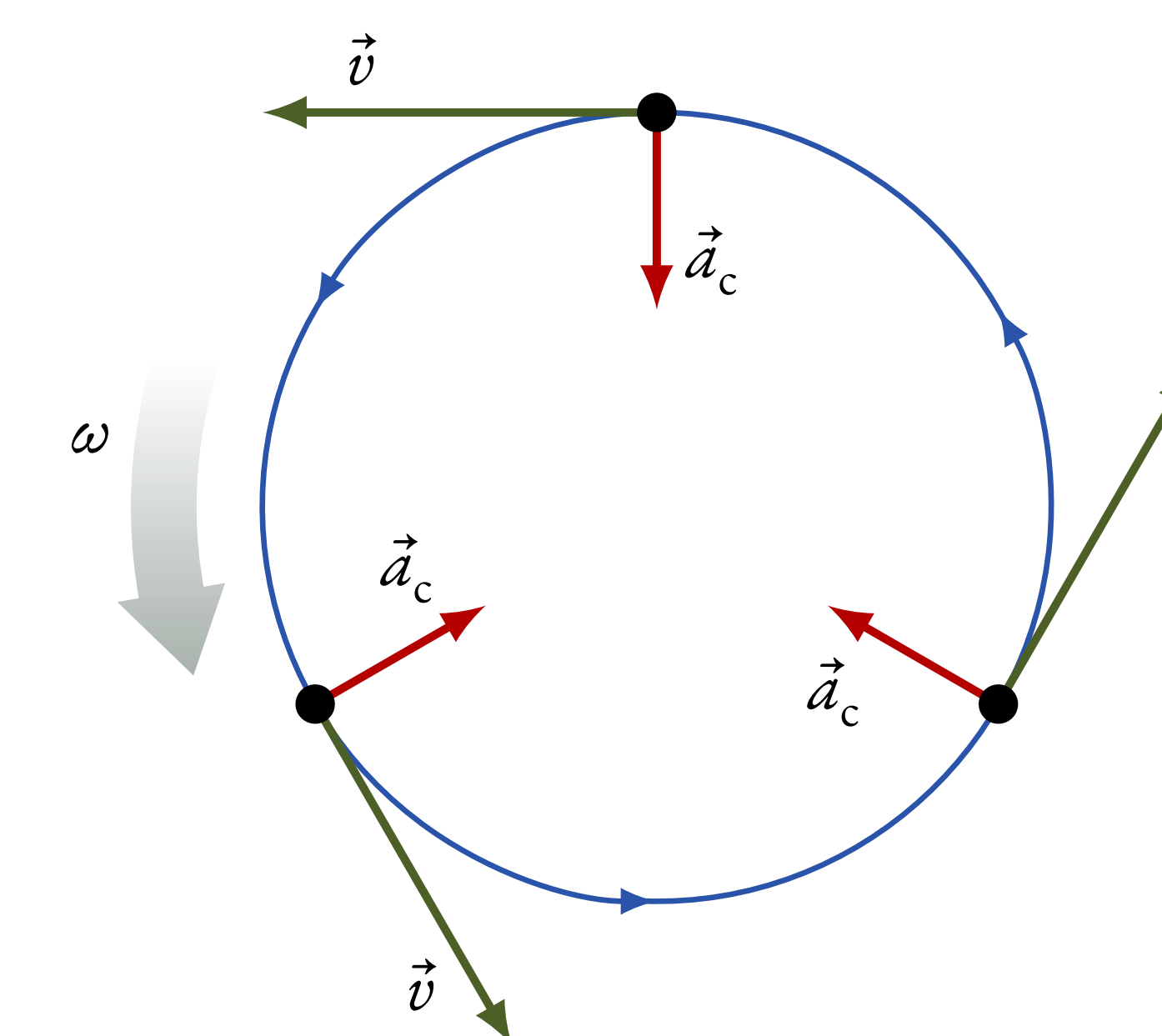
$$v_c(t^*) = v_{0c} + a_c(t^* - t_{0c}) = 0 + 2 \cdot (22.4 - 6) = 32.8 \text{ m/s}$$

## MCU

### Característiques

Les **característiques** del **moviment circular uniforme** (MCU) són:

- Trajectòria circular.
- Mòdul de la velocitat constant (acceleració tangencial  $a_t = 0$ ).



### Equació principal

L'**equació principal** del MCU és:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

on  $\varphi$  és la posició angular final,  $\varphi_0$  la posició angular inicial,  $\omega$  la velocitat angular,  $t$  el temps final i  $t_0$  el temps inicial.

**Període**  $T$  El temps que triga el mòbil en completar una volta completa es diu **període**,  $T$ .

**Freqüència**  $f$  El nombre de voltes que dóna el mòbil en  $1 \text{ s}$  és la **freqüència**,  $f$ , i està relacionada amb el període:

$$f = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} = \text{Hz} \right]$$

La freqüència o velocitat angular,  $\omega$ , està relacionada amb el període i la freqüència a través de les expressions:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Les magnituds lineals i angulars es relacionen a través del radi  $R$ :

$$e = \varphi R$$

$$v = \omega R$$

### Acceleració centrípeta $\vec{a}_c$

També anomenada **acceleració normal**, és una acceleració que sorgeix del canvi de direcció de la velocitat. El seu mòdul és igual :

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

i sempre es dirigeix cap al centre de la circumferència.