

MOVIMENTS

4t ESO

Rodrigo Alcaraz de la Osa. Traducció: Òscar Colomar (@ocolomar)



MRU

Característiques

Les **característiques** del **moviment rectilini uniforme**(MRU) són:

- Trajectòria rectilínia.
- Velocitat v constant (acceleració $a = 0$).

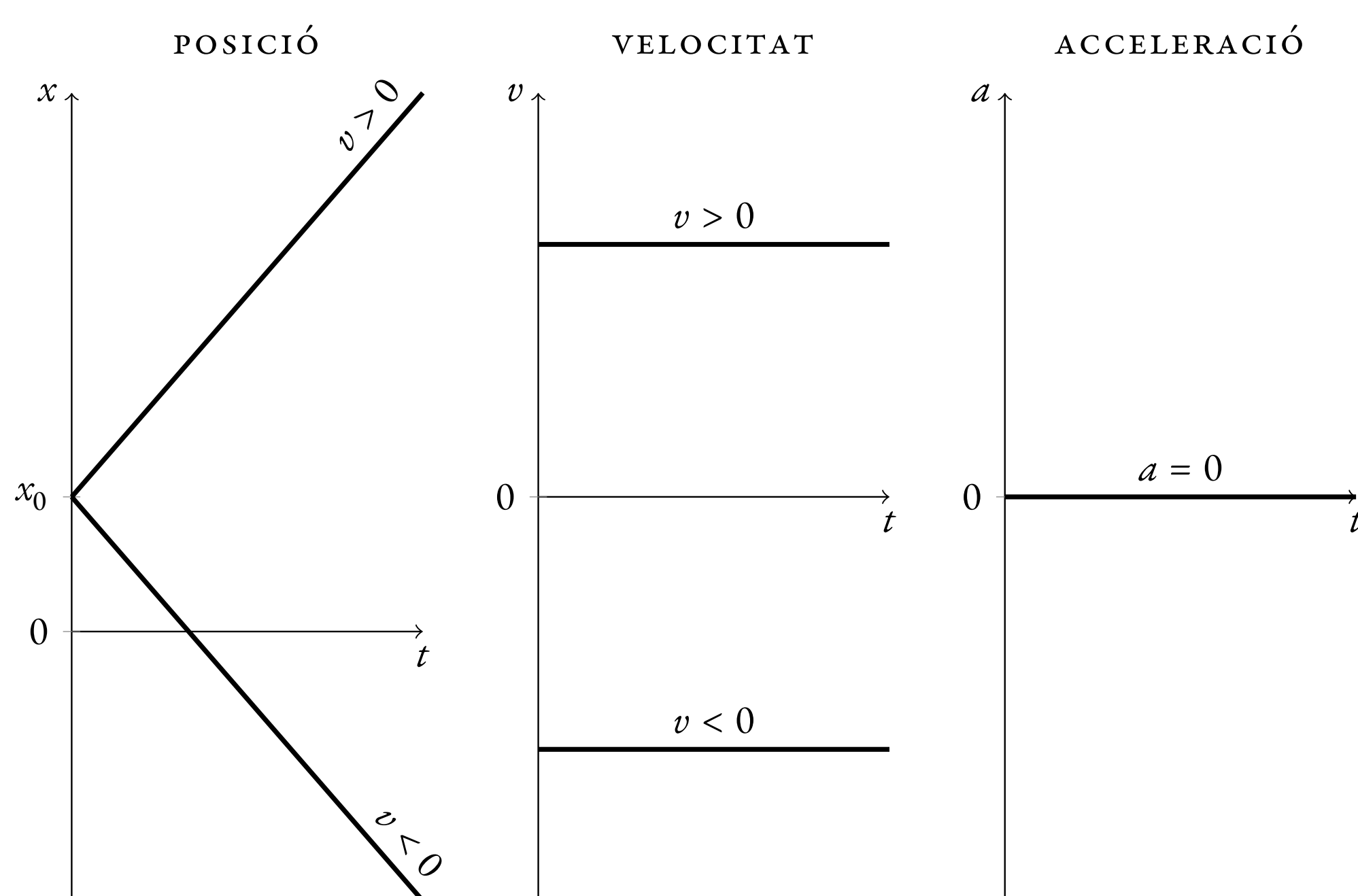
Equació principal

L'**equació principal** (també anomenada **equació de moviment** o **equació de posició**) del MRU és:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

on x és la posició final, x_0 la posició inicial, v la velocitat, t el temps final i t_0 el temps inicial.

Gràfics



MRUA

Característiques

Les **característiques** del **moviment rectilini uniformement accelerat** (MRUA) són:

- Trajectòria rectilínia.
- Acceleració a constant (velocitat v variable).

Equacions principals

Les **equacions principals** del MRUA són:

$$\text{Posició: } x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (1)$$

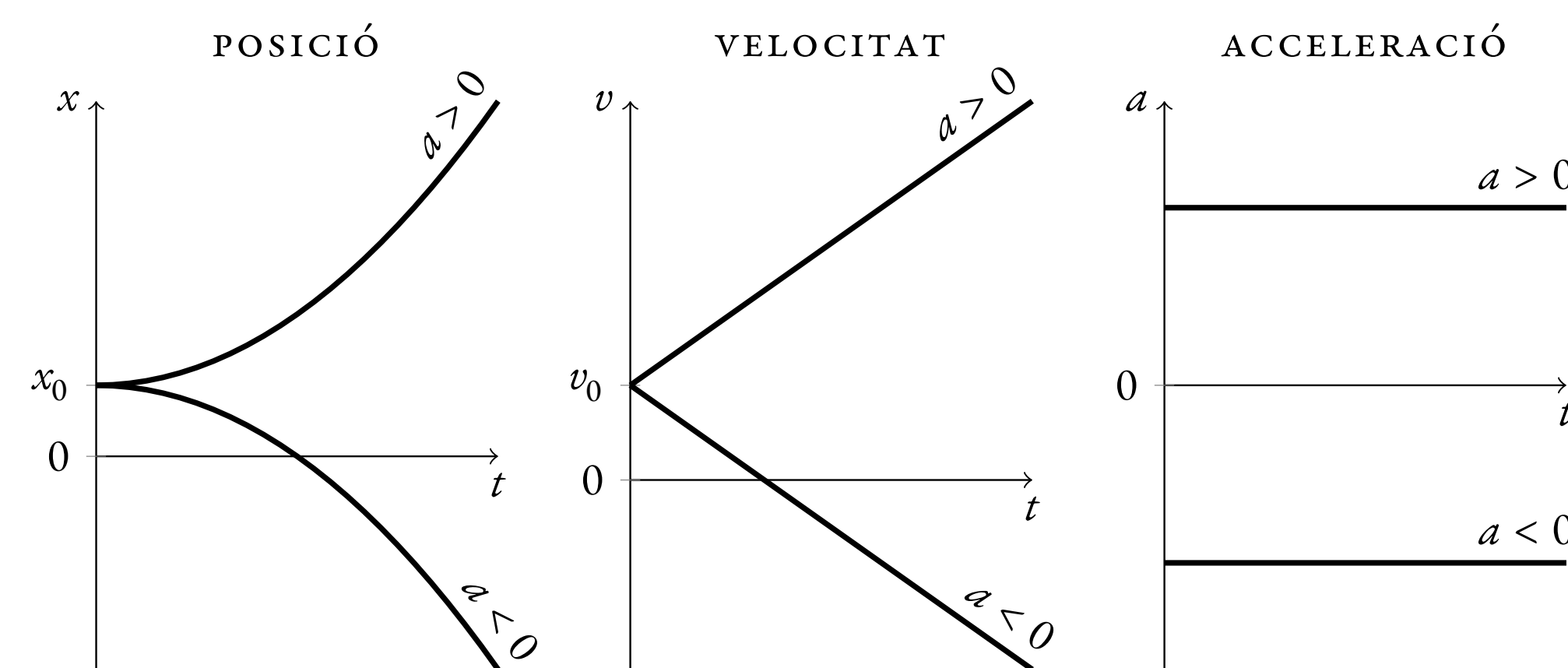
$$\text{Velocitat: } v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (3)$$

on x és la posició final, x_0 la posició inicial, v_0 la velocitat inicial, v la velocitat final, a l'acceleració, t el temps final, t_0 el temps inicial i $\Delta x = x - x_0$ és la distància o espai recorregut.

MRUA (cont.)

Gràfics



Caiguda lliure/llançament vertical

La **caiguda lliure** o **llançament vertical** és un cas especial de MRUA en el qual l'acceleració és igual a l'acceleració de la **gravetat**. En el cas de la Terra, $a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$ (el signe $-$ indica que l'acceleració de la gravetat apunta, sempre, cap avall).

Encreuaments

Es tracta de situacions en les quals dos cossos comencen en posicions diferents i acaben trobant-se al cap d'un cert temps.

Seguim aquests **tres passos**:

1. **Escriure** les equacions de la posició de cada cos.
2. **Imposar** la condició de **trobada**, és a dir, que totes dues posicions coincideixen quan es troben.
3. **Aïllar** la magnitud que em demanin.

Exemple

Un cotxe 🚗 es desplaça per una carretera que és paral·lela a la via d'un tren. El cotxe es deté davant d'un semàfor que està amb la llum vermella en el mateix instant que passa un tren 🚂 amb una rapidesa constant de 12 m/s . El cotxe roman aturat durant 6 s i després arrenca amb una acceleració constant de 2 m/s^2 . Determina:

- a) El temps que triga el cotxe a agafar al tren, mesurat des de l'instant en què es va aturar davant el semàfor.
- b) La distància que recorre el cotxe des del semàfor fins que atrapa al tren.
- c) La rapidesa del cotxe en l'instant que agafa al tren.

Solució

- a) El primer que fem és **escriure les equacions del moviment de cada mòbil**:

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = x_{0c} + v_{0c}(t - t_{0c}) + \frac{1}{2}a_c(t - t_{0c})^2$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = x_{0t} + v_t(t - t_{0t})$$

Exemple (cont.)

- a) **Particularitzem** per al nostre cas:

$$\begin{aligned} x_{0c} &= x_{0t} = 0 \\ v_{0c} &= 0; \quad v_t = 12 \text{ m/s} \\ a_c &= 2 \text{ m/s}^2 \\ t_{0c} &= 6 \text{ s}; \quad t_{0t} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = 0 + 0 \cdot (t - 6) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - 6)^2 = (t - 6)^2 = t^2 - 12t + 36$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = 0 + 12 \cdot (t - 0) = 12t$$

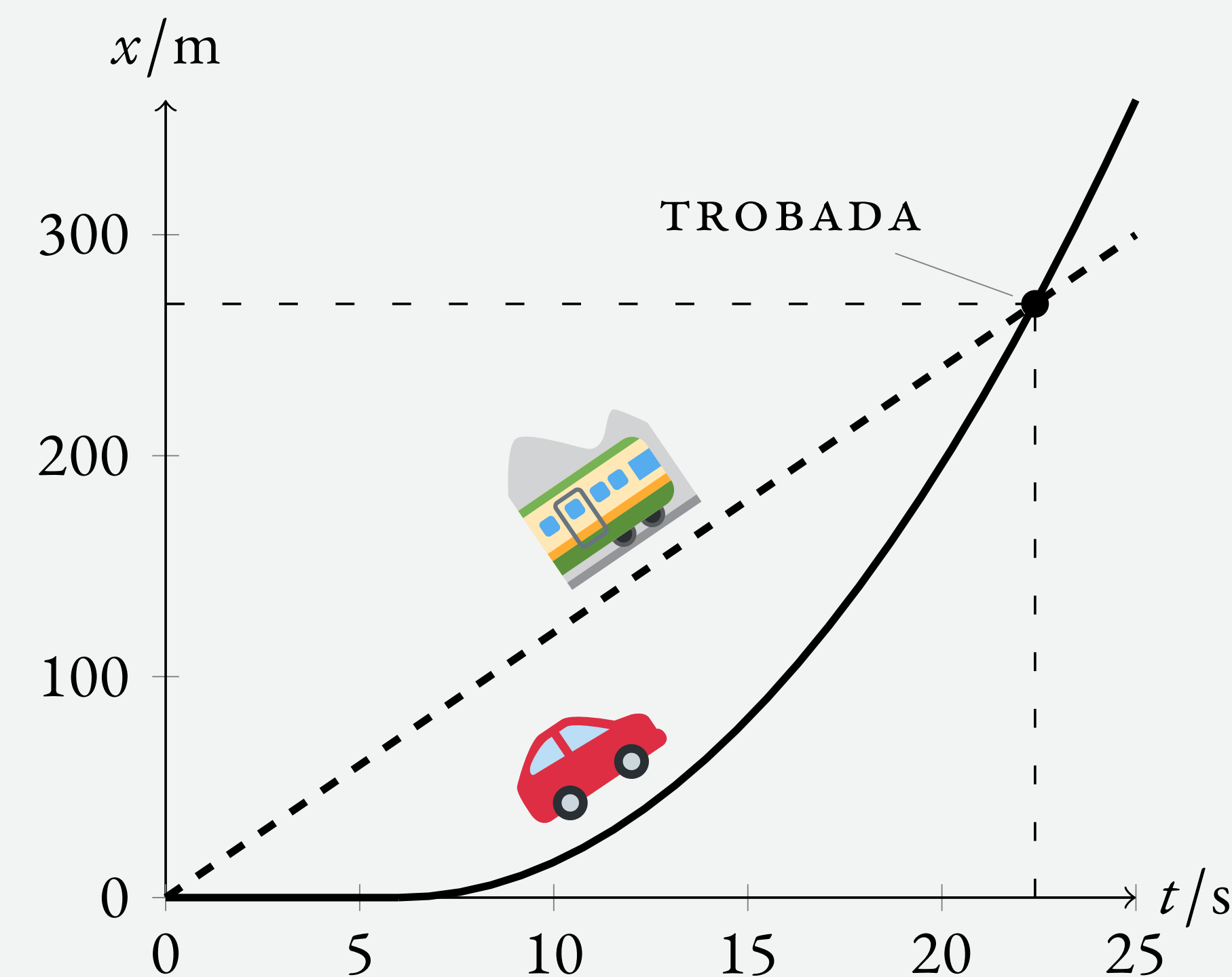
A continuació **imposem la condició de trobada**:

$$\begin{aligned} x_c &= x_t \\ t^2 - 12t + 36 &= 12t \\ t^2 - 24t + 36 &= 0 \end{aligned}$$

Aïllem el **temps de trobada** t^* :

$$t^* = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{432}}{2} = \begin{cases} 22.4 \text{ s} \\ 1.6 \text{ s} \end{cases}$$

on descartem la solució $t = 1.6 \text{ s}$ per ser menor que els 6 s que està aturat el cotxe en el semàfor. Podem comprovar això representant la gràfica de posició enfront del temps ($x - t$) per cada mòbil:



on es veu clarament com el cotxe està aturat els primers 6 s per a després arrencar accelerant (paràbola) i agafant al tren als 22.4 s .

- b) Per calcular la **distància recorreguda** pel cotxe només hem de substituir el temps de trobada, $t^* = 22.4 \text{ s}$, en la seva equació de posició, ja que comença en $x_0 = 0$:

$$x_c(t^*) = t^{*2} - 12t^* + 36 = 22.4^2 - 12 \cdot 22.4 + 36 = 268.7 \text{ m}$$

- c) La **rapidesa** del cotxe quan arriba al tren la podem calcular utilitzant l'**equació de la velocitat** del cotxe, substituint $t = t^*$:

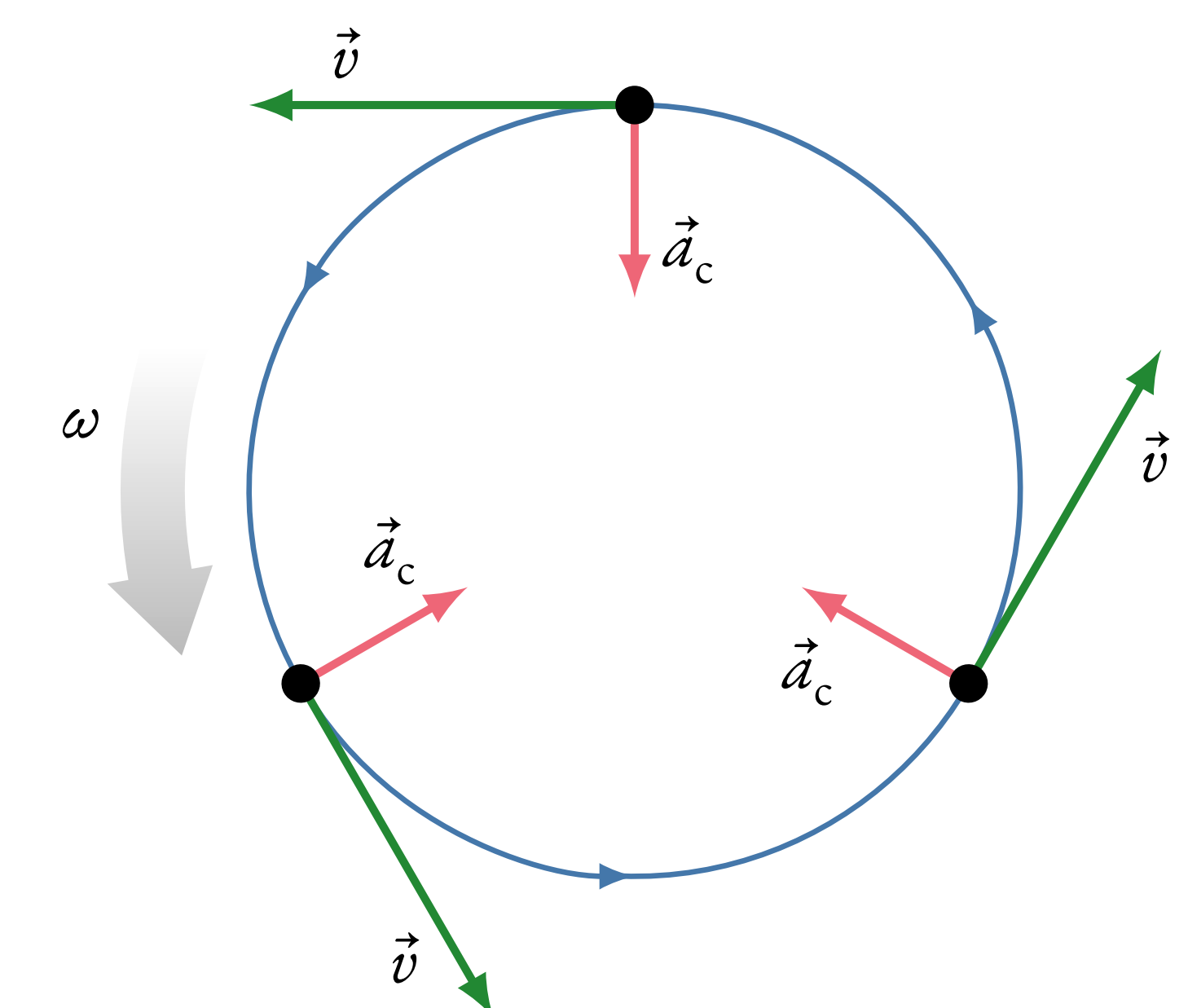
$$v_c(t^*) = v_{0c} + a_c(t^* - t_{0c}) = 0 + 2 \cdot (22.4 - 6) = 32.8 \text{ m/s}$$

MCU

Característiques

Les **característiques** del **moviment circular uniforme** (MCU) són:

- Trajectòria circular.
- Mòdul de la velocitat constant (acceleració tangencial $a_t = 0$).



Equació principal

L'**equació principal** del MCU és:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

on φ és la posició angular final, φ_0 la posició angular inicial, ω la velocitat angular, t el temps final i t_0 el temps inicial.

Període T El temps que triga el mòbil en completar una volta completa es diu **període**, T .

Freqüència f El nombre de voltes que dóna el mòbil per unitat de temps és la **freqüència**, f , i està relacionada amb el període:

$$f = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz} \right]$$

La freqüència o velocitat angular, ω , està relacionada amb el període i la freqüència a través de les expressions:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Les magnituds lineals i angulars es relacionen a través del radi R :

$$\begin{aligned} e &= \varphi R \\ v &= \omega R \end{aligned}$$

Acceleració centrípeta a_c

També anomenada **acceleració normal**, és una acceleració que sorgeix del canvi de direcció de la velocitat. El seu mòdul és igual :

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

i sempre es dirigeix cap al centre de la circumferència.